b) Man berechnet zunächst das Volumen des Quaders und subtrahiert dann dreimal das Volumen eines Zylinders.

$V_Q = 10 \cdot 19 \cdot 2 = 380\,mm^3$

$V_{3Z} = 3 \cdot (2{,}5^2 \cdot \pi \cdot 2) \approx 117{,}81\,mm^3$

$V_{insgesamt} = 380 - 117{,}81 = 262{,}19\,mm^3 \approx 0{,}262\,cm^3$

Da $1\,dm^3$ Aluminium 2,7 kg wiegt, wiegt $1\,cm^3$ 2,7 g.

Das Gussteil wiegt dann $0{,}262 \cdot 2{,}7 \approx 0{,}707\,g$.

6 a) Man berechnet das Volumen jedes einzelnen Zylinders und addiert diese zum Gesamtvolumen.

$$\begin{aligned} V_Z &= r_1^2 \cdot \pi \cdot h_1 + r_2^2 \cdot \pi \cdot h_2 + r_3^2 \cdot \pi \cdot h_3 \\ &= 10^2 \cdot \pi \cdot 52{,}5 + 16{,}25^2 \cdot \pi \cdot 58{,}5 \\ &\quad + 8{,}5^2 \cdot \pi \cdot 90{,}8 \\ &\approx 85\,633{,}395\,mm^3 \\ &\approx 0{,}085\,633\,dm^3 \end{aligned}$$

Die Achse wiegt also $0{,}085\,633 \cdot 7{,}85 \approx 0{,}672\,kg$.

b) Man berechnet die Mantelfläche jedes Zylinders. Die Grundfläche des kleinen Zylinders und die Fläche des Kreisrings (zwischen kleinem und großem Zylinder) ergänzen sich jeweils zur Grundfläche des großen Zylinders, sodass man zur Summe der Mantelflächen noch zweimal diese Fläche addieren muss.

$$\begin{aligned} O &= 2\pi \cdot (r_1 \cdot h_1 + r_2 \cdot h_2 + r_3 \cdot h_3) + 2 \cdot r_2^2 \cdot \pi \\ &= 2\pi \cdot (10 \cdot 52{,}5 + 16{,}25 \cdot 58{,}5 + 8{,}5 \cdot 90{,}8) \\ &\quad + 2 \cdot 16{,}25^2 \cdot \pi \\ &\approx 15\,780{,}14\,mm^2 \end{aligned}$$

Üben • Anwenden • Nachdenken Seite 150

1 a) $u \approx 110\,mm$, $A \approx 962\,mm^2$ b) $u \approx 242\,mm$, $A \approx 4657\,mm^2$
c) $u \approx 386\,mm$, $A \approx 11\,882\,mm^2$ d) $u \approx 80{,}4\,cm$, $A \approx 514{,}7\,cm^2$
e) $u \approx 15\,080\,mm$, $A \approx 18\,095\,574\,mm^2$ f) $u \approx 6{,}09\,dm$, $A \approx 2{,}96\,dm^2$

2 a) $d \approx 29\,mm$, $r \approx 14{,}5\,mm$ b) $d \approx 131\,cm$, $r \approx 65{,}5\,cm$
c) $d \approx 27{,}4\,m$, $r \approx 13{,}7\,m$ d) $d \approx 367\,dm$, $r \approx 183{,}5\,dm$
e) $d \approx 8{,}5\,cm$, $r \approx 4{,}25\,cm$ f) $d \approx 21{,}5\,cm$, $r \approx 10{,}75\,cm$

3 a) $A \approx 8{,}0\,cm^2$ b) $A \approx 6221{,}1\,mm^2$
c) $u \approx 75{,}4\,cm$ d) $u \approx 75{,}4\,cm$

4 a) $r = 2{,}2\,cm$; $A \approx 15{,}2\,cm^2$

b) Radius mit Satz des Pythagoras:
$r = \frac{\sqrt{20{,}48}}{2}\,cm$; $A \approx 16{,}1\,cm^2$

c) Radius mit Satz des Pythagoras: $r = 2{,}5\,cm$; $A \approx 19{,}6\,cm^2$

d) Radius mit dem Satz des Pythagoras:
$r = \frac{\sqrt{25{,}09}}{2}\,cm$; $A \approx 19{,}7\,cm^2$

5 $r_{Kreis} = \sqrt{\frac{50}{\pi}}\,cm$, $u \approx 25{,}1\,cm$;
$r_{Halbkreis} = \sqrt{\frac{100}{\pi}}\,cm$, $u \approx 29{,}0\,cm$;
$r_{Viertelkreis} = \sqrt{\frac{200}{\pi}}\,cm$, $u \approx 28{,}5\,cm$;
$r_{Dreiviertelkreis} = \sqrt{\frac{200}{3\pi}}\,cm$, $u \approx 30{,}9\,cm$

6 a) $A_R \approx 41{,}8\,cm^2$ b) $A_R \approx 24{,}5\,cm^2$
c) $A_R \approx 17\,728\,mm^2$

7 $u \approx 12{,}6$; d.h. es müssen mindestens 13 laufende Meter Steine bestellt werden.

8 a) $A_{klein} \approx 531\,cm^2$; $A_{groß} \approx 1018\,cm^2$
$\frac{A_{groß}}{A_{klein}} \approx 1{,}92$, d.h. die Fläche der zweiten Pizza ist um etwa 92 % größer.
b) $A_{Familienpizza} \approx 1810\,cm^2$
Sie ist um etwa das 3,4-Fache größer als die kleine und um etwa das 1,8-Fache größer als die große Pizza.

9 Weg $= 2 \cdot \pi \cdot 42\,378 \approx 266\,269\,km$
Geschwindigkeit $= \frac{Weg}{Zeit} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 42\,378}{24\,h} \approx 11\,094{,}5\,\frac{km}{h}$

10 Der Umfang des Baumes beträgt $u \approx 15\,m$, er hat einen Radius von ca. 2,4 m und seine Querschnittsfläche beträgt $A \approx 17{,}9\,m^2$.

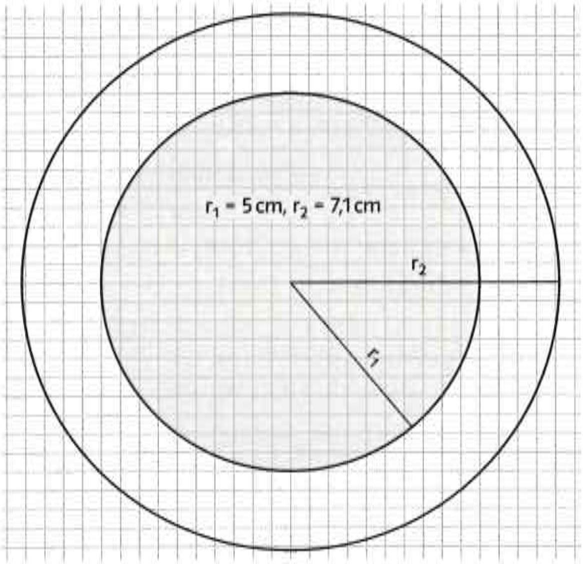
Seite 151

11 Die überstrichene Fläche ist $A \approx 5498\,cm^2$ groß.

12 Geht man vereinfachend davon aus, dass CDs vom Mittelpunkt aus beschrieben werden können, so lautet die Lösung:

$\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) = \pi r_1^2;\ r_2 = \sqrt{2}\, r_1$

Beispielsweise für $r_1 = 5\,\text{cm}$, $r_2 = 7{,}1\,\text{cm}$:



Will man ganz korrekt vorgehen, muss man auf beiden Seiten der Gleichung die nicht beschreibbare Fläche der CD berücksichtigen:

$\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) = \pi\left(r_3^2 - (r_2 + r_1)^2\right)$

13 a) Die Länge einer Seemeile ist definiert als die Länge des im Bild rot markierten Kreisbogens entlang des Äquators.

b) Eine Seemeile ist

$b = 2\pi \cdot 6378\,\text{km} \cdot \frac{1°}{60 \cdot 360°} = 1{,}86\,\text{km}$ lang.

c) Die Entfernung beträgt

$b = 2\pi \cdot 6378\,\text{km} \cdot \frac{3°}{360°} = 334\,\text{km}.$

d) individuelle Lösungen

14 $A_{\text{Dreieck}} = \frac{ab}{2}$

$A_{\text{Möndchen}}$

$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 - \frac{ab}{2}\right)$

$= \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot (a^2 + b^2 - c^2) + \frac{ab}{2}$

Die erste runde Klammer ist gleich Null (Satz des Pythagoras), somit ist $A_{\text{Möndchen}} = A_{\text{Dreieck}}$.

15 a) $V \approx 10\,353{,}11\,\text{cm}^3$; $O \approx 3451{,}04\,\text{cm}^2$

b) $V \approx 95{,}91\,\text{dm}^3$; $O \approx 116{,}11\,\text{dm}^2$

c) $V \approx 3\,623\,638{,}63\,\text{cm}^3 \approx 3{,}624\,\text{m}^3$

$O \approx 209\,456{,}27\,\text{cm}^2 \approx 20{,}95\,\text{m}^2$

16 a) Man berechnet $r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$ und setzt h und r in $O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$ ein.

links: $r \approx 5\,\text{cm}$; $O \approx 628{,}32\,\text{cm}^2$

rechts: $r \approx 22\,\text{mm}$; $O \approx 3317{,}52\,\text{mm}^2$

b) Man berechnet $G = \pi \cdot r^2$. Man bestimmt $h = \frac{O - 2 \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot r}$ und setzt r und h in $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ ein.

links: $G \approx 12{,}57\,\text{dm}^2$; $h \approx 3{,}00\,\text{dm}$; $V \approx 37{,}7\,\text{dm}^3$

rechts: $G \approx 0{,}79\,\text{m}^2$; $h \approx 12{,}5\,\text{m}$; $V \approx 9{,}82\,\text{m}^3$

c) Aus der Formel $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ erhält man $r = \frac{M}{2\pi h}$.

Einsetzen in die Formel $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ ergibt

$V = \pi \cdot \frac{M^2}{4\pi^2 h^2} \cdot h.$

Durch Kürzen und Umformen erhält man

$V = \frac{M^2}{4\pi h} \qquad | \cdot h \qquad | : V$

$h = \frac{M^2}{4\pi V}$

und setzt die Werte aus der Aufgabenstellung ein.

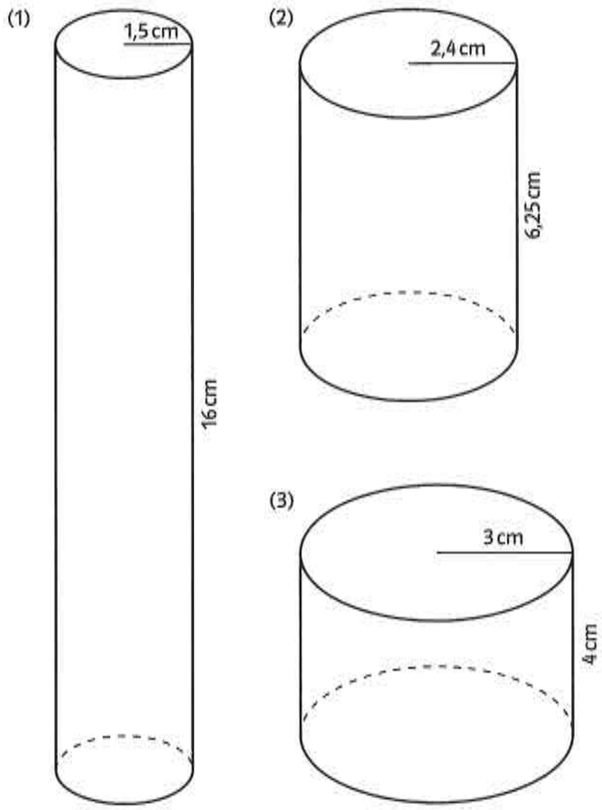
links: $r = 4\,\text{mm}$; $h \approx 4{,}97\,\text{mm}$

rechts: $r \approx 0{,}897\,\text{m}$; $h \approx 3{,}09\,\text{cm}$

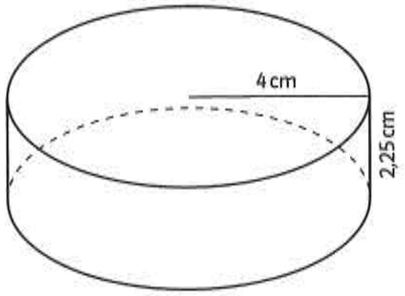
17

	a)	b)	c)	d)
r	0,6 dm	4,5 cm	0,77 m	5,5 cm
h	1,2 dm	7,6 cm	0,41 m	4,05 cm
M	4,5 dm²	214,9 cm²	1,99 m²	140 cm²
O	6,79 dm²	342,12 cm²	5,75 m²	330 cm²
V	1,36 dm³	482,0 cm³	0,7 m³	385,0 cm³

18 a)



(4)



(1) $V \approx 113{,}1\,cm^3$
(2) $V \approx 113{,}1\,cm^3$
(3) $V \approx 113{,}1\,cm^3$
(4) $V \approx 113{,}1\,cm^3$
b) individuelle Lösungen

19 Zylinder hinten:
$V \approx 2356{,}19\,cm^3$; $O \approx 1099{,}56\,cm^2$
Zylinder vorne:
$V \approx 2356{,}19\,cm^3$; $O \approx 1099{,}56\,cm^2$
Die Volumen und die Oberflächen sind jeweils gleich groß.

Seite 152

20 Bei einer Umdrehung der Walze legt sie 3,83 m (= Umfang) zurück. Die Walze braucht ca. 26 Umdrehungen für die 100 m und damit 1040 Sekunden = 17 min 20 s. Insgesamt muss die Walze viermal die 100 m abfahren, um die ganze Straßenbreite zu erfassen. Damit benötigt die Walze insgesamt 69 min und 20 s.

21 $V_{Dose} = \pi \cdot (1{,}5\,cm)^2 \cdot 4\,cm \approx 28{,}3\,cm^3$
Bei 45 Stück entspricht dies:
$V_{45} \approx 1272{,}3\,cm^3 \approx 1{,}27\,l$
Opa Tom hat nicht recht: Er kann nur eine Literflasche ganz füllen. Die zweite wird zu etwa $\frac{1}{4}$ gefüllt.

22 $V_Z = \pi \cdot h \cdot \left(r_a^2 - r_i^2\right)$
Der Innenradius ist $r_i = \frac{d_a}{2} - w$. Man berechnet zunächst das Wandmaterial eines Rohres der Länge 1 m = 10 dm.
(A) $r_i = 11{,}5\,mm = 0{,}115\,dm$
$V_Z = \pi \cdot 10 \cdot (0{,}125^2 - 0{,}115^2) \approx 0{,}0754\,dm^3$
Ein Meter des Rohrs wiegt
$0{,}0754 \cdot 7{,}85 \approx 0{,}59\,kg$
(B) $r_i = 136{,}5\,mm = 1{,}365\,dm$
$V_Z = \pi \cdot 10 \cdot (1{,}619^2 - 1{,}365^2) \approx 23{,}81\,dm^3$
Ein Meter des Rohrs wiegt
$23{,}81 \cdot 7{,}85 \approx 186{,}92\,kg$.
(C) $r_i = 342{,}8\,mm = 3{,}428\,dm$
$V_Z = \pi \cdot 10 \cdot (3{,}555^2 - 3{,}428^2) \approx 27{,}86\,dm^3$
Ein Meter des Rohrs wiegt
$27{,}86 \cdot 7{,}85 \approx 218{,}7\,kg$.
Rohrtyp A hat einen Außendurchmesser von etwa einem Inch, bei Rohrtyp B beträgt die Wanddicke ein Inch.

Optimale Dosen

23 An der Tabelle im Buch sieht man, dass die Dose mit der kleinsten Oberfläche etwa eine Höhe von 10 cm und einen Radius von 5,2 cm hat. Ihre Oberfläche ist dann $496{,}82\,cm^2$. Man kann die Suche nun verfeinern:

Volumen	Höhe	Radius	Oberfläche
850	9,5	5,336 699 19	497,496 333
850	9,6	5,308 831 12	497,304 482
850	9,7	5,281 395 11	497,142 379
850	9,8	5,254 380 13	497,008 979
850	9,9	5,227 775 5	496,903 286
850	10	5,201 570 95	496,824 342
850	10,1	5,175 756 54	496,771 23
850	10,2	5,150 322 69	496,743 072
850	10,3	5,125 260 15	496,739 024
850	10,4	5,100 559 95	496,758 277
850	10,5	5,076 213 47	496,800 056

Die grau markierte Zeile zeigt die verfeinerten Maße der Dose.

Rückspiegel Seite 153

Die Lösungen zum Rückspiegel befinden sich am Ende des Schülerbuches.

Bewerbungstraining Seite 154 bis 171

Die Lösungen zum Bewerbungstraining befinden sich am Ende des Schülerbuches.