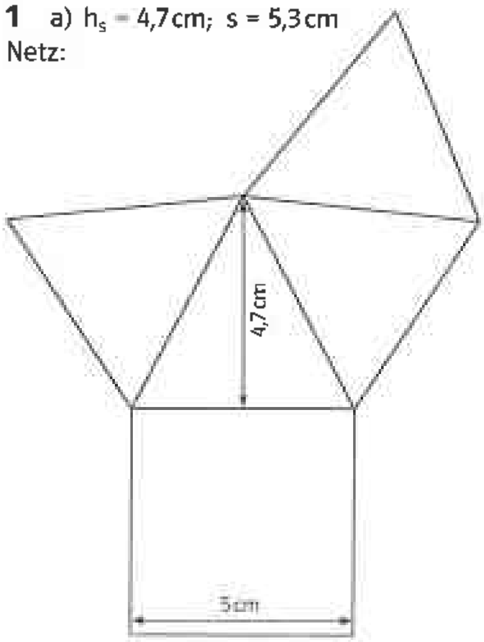
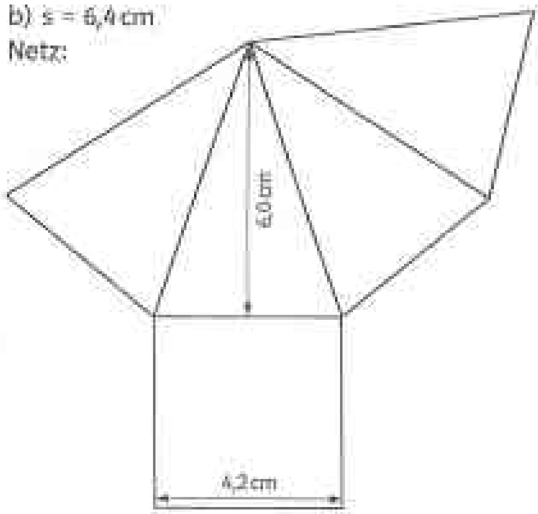
Üben • Anwenden • Nachdenken

Seite 86

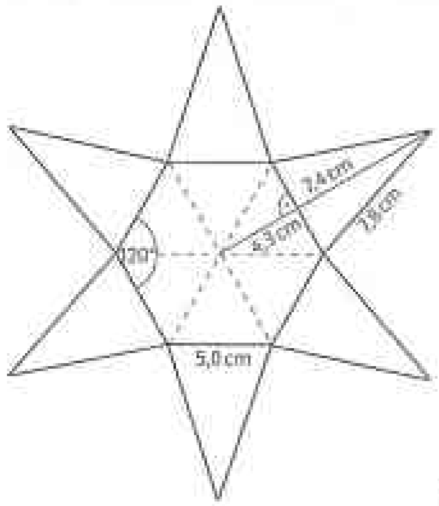
1 a) $h_s = 4{,}7\,cm$; $s = 5{,}3\,cm$
Netz:



b) $s = 6{,}4\,cm$
Netz:



2 $h_D = 4{,}3\,cm$; $h_s = 7{,}4\,cm$; $s = 7{,}8\,cm$



Netz

3

	a	s	h	h_s	O	V
a)	8,0	7,2	4,5	6,0	160	96
b)	6,2	13,3	12,5	12,9	198,4	160,2
c)	12	16	13,5	14,8	499,2	648
d)	4,0	6,2	5,5	5,9	63,2	29,3
e)	13,6	11,8	6,8	9,6	446,1	419,2
f)	6	10,0	9	9,5	150	108
g)	9,2	8,5	5,5	7,2	216,6	155,2
h)	5,2	7,8	6,9	7,4	104	62,2

4 $V = \frac{1}{3} \cdot 6{,}05^2 \cdot 6{,}81 = 83{,}1\,m^3$
Die Pyramide wiegt $83\,100\,dm^3 \cdot 1{,}8\,\frac{kg}{dm^3} = 149\,580\,kg$, also rund 150 Tonnen.

5 a) $a = 6{,}8\,cm$; $h_s = 6\,cm$; $h = 4{,}9\,cm$
$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_s}{2} = 127{,}84\,cm^2$
$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = 75{,}53\,cm^3$
b) $a = 1{,}2\,m$; $h_s = 2{,}4\,m$; $h = 2{,}32\,m$
$O = 7{,}20\,m^2$
$V = 1{,}11\,m^3$

6 a) $V_1 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 225^2 \cdot 63 = 1\,063\,125\,m^3$
$V_2 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 120 \cdot 150 \cdot 46 = 276\,000\,m^3$
Cheopspyramide: ca. 2,6 Mio. m^3 (vgl. Schülerbuchseite 73, Aufgabe 11)
Die Volumina betragen weit weniger als die Hälfte bzw. ein Zehntel der großen Cheopspyramide in Ägypten (ohne Berücksichtigung der Stufen).
b)

M 1:1000

7 a) $h = 9{,}4\,cm$; $a = 10{,}0\,cm$; $h_s = 10{,}6\,cm$
$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_s}{2} = 312{,}0\,cm^2$
$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = 313{,}3\,cm^3$
b) $h = 7\,dm$; $d = 10{,}3\,dm$; $a = 7{,}3\,dm$; $h_s = 7{,}9\,dm$
$O = 168{,}6\,dm^2$
$V = 124{,}3\,dm^3$

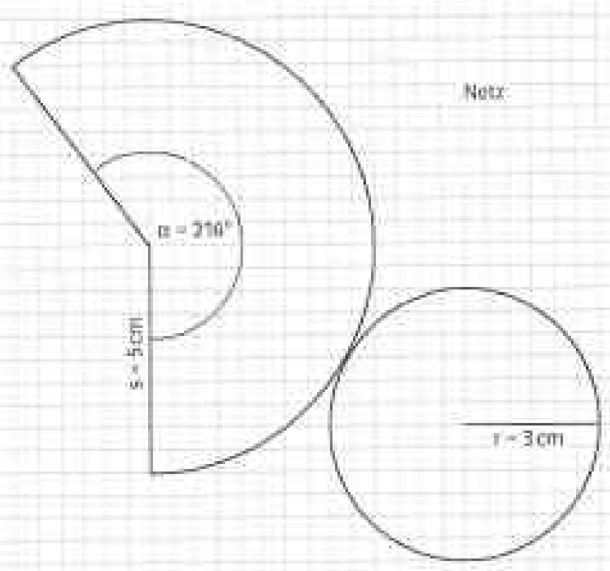
8 Höhe des Grunddreiecks: $h_c = 4{,}33\,cm$
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{5 \cdot 4{,}33}{2} \cdot 8{,}8 = 31{,}75\,cm^3$
$h_s = \sqrt{\left(\frac{4{,}33}{3}\right)^2 + 8{,}8^2} = 8{,}92\,cm$
$O = \frac{5 \cdot 4{,}33}{2} + 3 \cdot \frac{5 \cdot 8{,}92}{2} = 77{,}725\,cm^2$

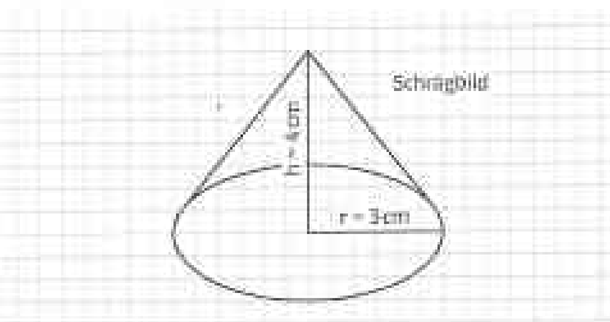
9 Kantenlänge des Tetraeders
$a = 9 \cdot \sqrt{2} = 12{,}73\,\text{cm}$; Höhe der Grundfläche
$h_G = \sqrt{12{,}73^2 - 6{,}35^2} = 11{,}03\,\text{cm}$;
Höhe der Pyramide $h = \sqrt{12{,}73^2 - 7{,}4^2} = 10{,}36\,\text{cm}$;
Grundfläche $G = \frac{1}{2} \cdot 12{,}73 \cdot 11{,}03 = 70{,}21\,\text{cm}^2$;
$V = \frac{1}{3} \cdot 70{,}21 \cdot 10{,}36 = 242{,}5\,\text{cm}^3$; $V_{\text{Würfel}} = 729{,}0\,\text{cm}^3$;
Verhältnis $V_{\text{Würfel}} : V_{\text{Tetraeder}} = 3:1$

Seite 87

10 Seitenhöhe $h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{6{,}8^2 - 1{,}225^2}$
$= 6{,}68\,\text{m}$;
$M = 3 \cdot 2{,}45 \cdot 6{,}68 = 49{,}1\,\text{m}^2$
Bei 10 % Verschnitt ist mit Kosten von etwa 4212,80 € zu rechnen.

11 $s = \sqrt{h^2 + r^2} = 5\,\text{cm}$
Aus $2\pi r = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi s$ folgt $\alpha = 360° \cdot \frac{r}{s} \Longrightarrow \alpha = 216°$.





Streckungsfaktor $\alpha = \frac{1}{3}$

12 a) $h = 4{,}16\,\text{cm}$; $V = 56{,}46\,\text{cm}^3$; $O = 102{,}92\,\text{cm}^2$
b) $r = 4{,}17\,\text{cm}$; $s = 10{,}74\,\text{cm}$; $O = 195{,}33\,\text{cm}^2$
c) $r = 5{,}9\,\text{cm}$; $h = 2{,}2\,\text{cm}$; $V = 80{,}2\,\text{cm}^3$

13 a) $s = 14{,}36\,\text{cm}$; $O = 620{,}33\,\text{cm}^2$; $V = 890{,}68\,\text{cm}^3$
b) $r = 17{,}49\,\text{cm}$; $O = 2526{,}99\,\text{cm}^2$; $V = 7207{,}6\,\text{cm}^3$
c) $h = \sqrt{52{,}0^2 - 22{,}0^2} = 47{,}1\,\text{cm}$
$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 22{,}0^2 + \pi \cdot 22{,}0 \cdot 52{,}0$
$= 5114{,}5\,\text{cm}^2$ ($\approx 51{,}1\,\text{dm}^2$)
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 22{,}0^2 \cdot 47{,}1 = 23\,872{,}3\,\text{cm}^3$
($\approx 23{,}9\,\text{dm}^3$)

d) $60° \Longrightarrow$ Schnittfläche = gleichseitiges Dreieck
$h = \sqrt{9{,}6^2 - 4{,}8^2} = 8{,}3\,\text{cm}$
$O = \pi \cdot 4{,}8^2 + \pi \cdot 4{,}8 \cdot 9{,}6 = 217{,}1\,\text{cm}^2$
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4{,}8^2 \cdot 8{,}3 = 200{,}3\,\text{cm}^3$

14 $45° \Longrightarrow$ Schnittfläche = rechtwinkliges Dreieck
$h = r = 20\,\text{m}$
$G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 20^2 = 1256{,}6\,\text{m}^2$
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 = 8377{,}6\,\text{m}^3$

15 a) Cocktailglas: Graph (C);
Wasserglas: Graph (B).
b) $V_{\text{Cocktailglas}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$;
$V_{\text{Wasserglas}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$
Man benötigt also sechs Cocktailgläser, um das Wasserglas zu füllen.

16 $r_K = 7{,}42\,\text{cm}$; $h_K = 7{,}86\,\text{cm}$
Es gilt: $V_K = V_Z \Longrightarrow \frac{1}{3}\pi \cdot 7{,}42^2 \cdot 7{,}86 = \pi \cdot 7{,}42^2 \cdot h_Z$,
daraus folgt: $h_Z = 2{,}62\,\text{cm}$.

17

	r	O	V
a)	9	1017,9	3053,6
b)	8	804,2	2144,7
c)	3,5	153,9	179,6

18 Die zwei Pralinenkugeln der ersten Sorte haben den Radius r_1, die drei Pralinenkugeln der zweiten Sorte haben den Radius r_2.
Es gilt: $8 \cdot \pi \cdot r_1^2 = 12 \cdot \pi \cdot r_2^2 \Longrightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 1{,}225$
Der Radius der ersten Sorte ist also um 22,5 % größer als der Radius der zweiten Sorte.

Randspalte
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 3 = 3{,}14\,\text{cm}^3$; $\frac{1}{2} \cdot V = 1{,}57\,\text{cm}^3$
$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$, wobei gilt: $r = \frac{1}{3} \cdot h$ (Strahlensatz)
Somit ist $h = 2{,}38\,\text{cm}$, d.h., die Markierung muss etwa die Höhe 2,4 cm haben.

Seite 88

19 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 40^3 = 268\,082{,}6\,cm^3$
Die Kugel wiegt $268\,082{,}6\,cm^3 \cdot 2{,}9\,\frac{g}{m^3} = 777\,439{,}5\,g$, also rund 777,5 kg.

20 a) $1\,m^3$ Stahl $\mathrel{\hat{=}} 7{,}8\,t$
„Bathysphere“:
$r_1 = 0{,}720\,m$; $r_2 = 0{,}682\,m$
$V = V_1 - V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0{,}720^3 - 0{,}682^3) = 0{,}235\,m^3$
$m = 0{,}235 \cdot 7{,}8\,t = 1{,}833\,t$
„Trieste“:
$r_1 = 1{,}09\,m$; $r_2 = 0{,}97\,m$
$V = V_1 - V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}09^3 - 0{,}97^3) = 1{,}602\,m^3$
$m = 1{,}602 \cdot 7{,}8\,t = 12{,}4956\,t$
b) „Bathysphere“: $0{,}235 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
$\Longrightarrow r = 0{,}383\,m$
$\Longrightarrow d = 76{,}6\,cm$
„Trieste“: $1{,}602 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
$\Longrightarrow r = 0{,}726\,cm$
$\Longrightarrow d = 145{,}2\,cm$

21 $r = \frac{M}{\pi s} = 5{,}62\,cm$; $h = 8{,}51\,cm$;
$V = 281{,}47\,cm^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Daraus folgt $r = 4{,}07\,cm$ und $O = 208{,}16\,cm^2$.

22 Wie kann diese Teilung aussehen?
Es gilt: $\frac{4}{3}\pi \cdot (7 \cdot 1^3 + 2 \cdot 3^3 + 4^3) = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3$.
Da die Kugel mit 10 cm Durchmesser das gleiche Volumen wie alle anderen 10 Kugeln zusammen hat, ist eine gerechte Aufteilung unter den beiden Goldgräbern möglich.

23 $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = 0{,}52\,a^3$
Es läuft also etwas Wasser über.

24 a) $O = 2 \cdot \frac{8{,}6 + 18{,}2}{2} \cdot 6{,}52 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 6{,}45$
$= 237{,}95\,m^2$
Es müssen rund $238\,m^2$ Ziegel bestellt werden.
b) Das Dach hat eine Höhe von $h = \sqrt{6{,}45^2 - 4{,}8^2}$
$= 4{,}31\,m$.
c) Dreiecksprisma (Mitte):
$V = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 4{,}31 \cdot 8{,}6 = 181{,}62\,m^3$;
Pyramide (rechts und links zusammen):
$V = \frac{1}{3} \cdot 9{,}8 \cdot 9{,}6 \cdot 4{,}31 = 135{,}16\,m^3$;
Gesamtvolumen $V = 316{,}78\,m^3$

25 a) $V = 20^3 - \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot 10 = 6666{,}67\,cm^3$
$O = 5 \cdot 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 14{,}1 = 2564\,cm^2$
b) $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{e}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 2e + \frac{1}{3} \cdot e^2 \cdot \sqrt{\frac{17}{2}}\,e = \frac{1}{3} \cdot e^3 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{17}{2}}\right)$
$\approx \frac{1}{3} \cdot e^3 \cdot 3{,}915$
$O = 2 \cdot \frac{e}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{33}{8}}\,e + 2 \cdot e \cdot \sqrt{\frac{35}{4}}\,e + 2 \cdot \left(\frac{e}{\sqrt{2}}\right)^2 = \sqrt{\frac{33}{4}}\,e^2$
$+ \sqrt{35}\,e^2 + e^2 = e^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{33} + \sqrt{35} + 1\right) \approx e^2 \cdot 9{,}788$