Blau muss folgende Strecke fahren:
$L_{blau} = 4 \cdot 30\,cm + 8 \cdot 27{,}49\,cm = 339{,}92\,cm$
b) rotes Auto:
Innerer Reifen: $L_i \approx 258{,}24\,cm$
Äußerer Reifen: $L_a \approx 295{,}92\,cm$
Der äußere Reifen des roten Autos legt 37 cm mehr zurück.
blaues Auto:
Innerer Reifen: $L_i \approx 321{,}04\,cm$
Äußerer Reifen: $L_a \approx 358{,}80\,cm$
Der äußere Reifen des blauen Autos legt 37 cm mehr zurück.
c) $u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d \approx 4{,}71\,cm$
rotes Auto:
Innerer Reifen: $U = \frac{258{,}24\,cm}{4{,}71\,cm} \approx 55$ Umdrehungen
Äußerer Reifen: $U \approx 63$ Umdrehungen
blaues Auto:
Innerer Reifen: $U \approx 68$ Umdrehungen
Äußerer Reifen: $U \approx 76$ Umdrehungen
d) Nein, da das blaue Auto für eine Runde einen weiteren Weg hat. Ein gewisser Ausgleich sind die engeren Kurven, die das rote Auto fahren muss.
e) individuelle Lösungen; z. B. Streckenführung

14 a) Länge der Hypotenuse: $h = \sqrt{2}\,r$
$A = A_{Halbkreis} - A_{Kreisausschnitt} + A_{Dreieck} \approx 8\,cm^2$
b) Länge der Diagonale = Durchmesser Halbkreis $= \sqrt{2}\,r$
$A = A_{Halbkreis} = \frac{1}{4}\pi r^2 \approx 12{,}6\,cm^2$
c) Länge der Diagonale = Durchmesser Halbkreis $= \frac{\sqrt{5}}{2}\,r$
$A = A_{Halbkreis} - A_{halbes\ Rechteck} = \frac{5\pi r^2}{32} - \frac{r^2}{4} \approx 3{,}9\,cm^2$
d) Radius des Kreisausschnitts: $s = \frac{1}{\sqrt{2}}\,r$,
Mittelpunktswinkel des Kreisausschnitts: $\alpha = 90°$ (aus Symmetriegründen)
$A = A_{Halbkreis} - A_{Kreisausschnitt} + A_{Dreieck} \approx 4\,cm^2$

15 a) $u = (\pi + 2 + \sqrt{2})e$; $A = \left(\frac{1}{2} \cdot \pi + \frac{1}{2}\right)e^2$
b) $u = (\pi + 4 + \sqrt{2})e$; $A = \left(\pi + \frac{3}{2}\right)e^2$
c) $u = (\pi + 5 + \sqrt{5})e$; $A = \left(\frac{1}{2} \cdot \pi + 5\right)e^2$
d) Höhe des rechtwinkligen Dreiecks: $h = 1{,}5\,e$ (aus Symmetriegründen, gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck).
$u = (\pi + 2 \cdot \sqrt{2{,}5} + 2 \cdot \sqrt{4{,}5})e$; $A = \left(\frac{1}{2} \cdot \pi + 1{,}5\right)e^2$

Üben • Anwenden • Nachdenken

Seite 156

Randspalte
$u = A$; $2\pi r = \pi r^2$; $r = 2\,m$

1 a) $u \approx 110\,mm$
$A \approx 962\,mm^2$
b) $u \approx 242\,mm$
$A \approx 4657\,mm^2$
c) $u \approx 386\,mm$
$A \approx 11\,882\,mm^2$
d) $u \approx 80{,}4\,cm$
$A \approx 514{,}7\,cm^2$
e) $u \approx 15\,080\,mm$
$A \approx 18\,095\,574\,mm^2$
f) $u \approx 6{,}09\,dm$
$A \approx 2{,}96\,dm^2$

2 a) $d \approx 29\,mm$
$r \approx 14{,}5\,mm$
b) $d \approx 131\,cm$
$r \approx 65{,}5\,cm$
c) $d \approx 27{,}4\,m$
$r \approx 13{,}7\,m$
d) $d \approx 367\,dm$
$r \approx 183{,}5\,dm$
e) $d \approx 8{,}5\,cm$
$r \approx 4{,}25\,cm$
f) $d \approx 21{,}5\,cm$
$r \approx 10{,}75\,cm$

3 a) $A \approx 8{,}0\,cm^2$
b) $A \approx 6221{,}1\,mm^2$
c) $u \approx 75{,}4\,cm$
d) $u \approx 75{,}4\,cm$

4 a) Radius mit Satz des Pythagoras:
$r = \frac{\sqrt{20{,}48}}{2}\,cm$; $A \approx 16{,}1\,cm^2$
b) Radius mit Satz des Pythagoras: $r = 2{,}5\,cm$;
$A \approx 19{,}6\,cm^2$
c) Radius mit dem Satz des Pythagoras:
$r = \frac{\sqrt{25{,}09}}{2}\,cm$; $A \approx 19{,}7\,cm^2$
d) Höhe des Dreiecks mit Satz des Pythagoras:
$h = \sqrt{13{,}23}\,cm$. Der Radius des Kreises berechnet sich nach dem Satz, dass sich die Seitenhalbierenden (in diesem Fall auch die Höhen) eines Dreiecks im Verhältnis 2 : 1 schneiden, zu $r = \sqrt{13{,}23} : 3 \cdot 2\,cm$.
$A \approx 18{,}5\,cm^2$.

5 $r_{Kreis} = \sqrt{\frac{50}{\pi}}\,cm$, $u \approx 25{,}1\,cm$
$r_{Halbkreis} = \sqrt{\frac{100}{\pi}}\,cm$, $u \approx 29{,}0\,cm$
$r_{Viertelkreis} = \sqrt{\frac{200}{\pi}}\,cm$, $u \approx 28{,}5\,cm$
$r_{Dreiviertelkreis} = \sqrt{\frac{200}{3\pi}}\,cm$, $u \approx 30{,}9\,cm$

6 a) $A_R \approx 41{,}8\,cm^2$
b) $A_R \approx 248{,}6\,cm^2$
c) $A_R \approx 24{,}5\,cm^2$
d) $A_R \approx 17\,728\,mm^2$
e) $A_R \approx 32\pi e^2$
f) $A_R \approx 7{,}75\pi e^2$

7 $u \approx 12{,}6$, d. h. es müssen mindestens 13 laufende Meter Steine bestellt werden.

8 a) $A_{klein} \approx 531\,cm^2$; $A_{groß} \approx 1018\,cm^2$
$\frac{A_{groß}}{A_{klein}} \approx 1{,}92$, d. h. die Fläche der zweiten Pizza ist um 92 % größer.

b) $A_{Familienpizza} \approx 1810\,cm^2$. Sie ist um das 3,4-Fache größer als die kleine und um das 1,8-Fache größer als die große Pizza.

9 Der Umfang des Baumes auf dieser Höhe beträgt $u = 15\,m$, er hat einen Radius von ca. 2,4 m und der Flächeninhalt der Schnittfläche beträgt ca. $A = 18\,m^2$.

10 Man kommt $1000 \cdot \pi \cdot 0{,}75\,m \cdot 40 : 16 \approx 5890\,m$ weit.

11 Rudert der Dieb quer über den See bis zum gegenüberliegenden Ufer, so ist der Bauer schneller, da der Dieb den Durchmesser, der Bauer den halben Umfang des Sees, also ca. die 1,5-fache Strecke zurücklegen muss.
Der Dieb kann aber, wenn er genau auf dem Mittelpunkt des Sees ist, die Richtung ändern. Beginnt er dann, zu dem Punkt zu rudern, der vom Bauern am weitesten entfernt ist, so muss er nur noch den halben Durchmesser überwinden, der Bauer aber wiederum den halben Umfang – diesmal also etwa die dreifache Strecke.

Seite 157

12 $u = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6378\,km \approx 80148\,km$ lang sind die Blutgefäße des Menschen.

13 Weg $= 2 \cdot \pi \cdot (36000 + 6378) \approx 266269\,km$
Geschwindigkeit $= \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (36000 + 6378)}{24\,h}$
$\approx 11095\,\frac{km}{h}$

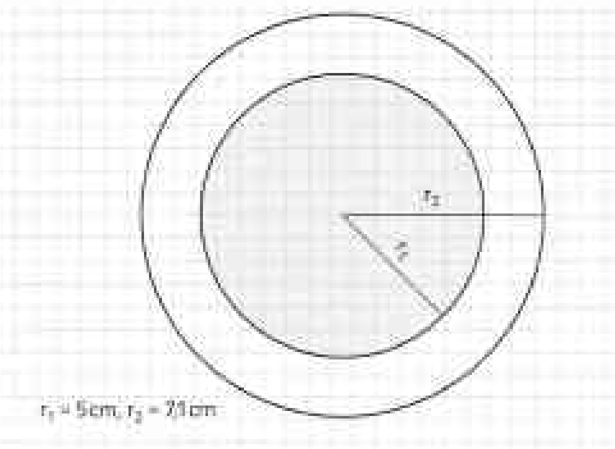
14 $V_{Stahlband} = \pi \cdot (250{,}6^2 - 250^2) \cdot 8 \approx 7548{,}9\,cm^3$.
$1\,cm^3$ Stahl wiegt 7,8 g, d.h., das Stahlband wiegt ca. 58,9 kg. Du kannst dieses Band nicht alleine anheben.

15 Zeiten zur Umrundung sind proportional zu den Umfängen (bei gleicher Geschwindigkeit):
$\frac{A_1}{A_2} = \frac{u_1}{u_2} \Leftrightarrow \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} \Leftrightarrow r_1 = r_2$. Diese Beziehung ist für unterschiedliche Flächeninhalte, also $A_1 \neq A_2$, falsch. Damit ist die Aussage von Andreas widerlegt.

16 Das geht nicht. Jeder der vier Freunde müsste ein etwa $353\,cm^2$ großes Stück erhalten. Die kleinste Pizza ist allerdings nur etwa $254\,cm^2$ groß und muss daher ergänzt werden.

17 Die überstrichene Fläche ist $A \approx 5498\,cm^2$ groß.

18 Geht man vereinfachend davon aus, dass CDs vom Mittelpunkt aus beschrieben werden können, so lautet die Lösung:
$\pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi r_1^2$; $r_2 = \sqrt{2}\,r_1$
Beispielsweise für $r_1 = 5\,cm$, $r_2 = 7{,}1\,cm$:



Will man ganz korrekt vorgehen, muss man auf beiden Seiten der Gleichung die nicht beschreibbare Fläche der CD berücksichtigen:
$\pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi(r_3^2 - (r_2 + r_1)^2)$

19 Aufstellen eines Gleichungssystems liefert die folgenden Zusammenhänge zwischen den Radien:
$r_2 = \sqrt{2}\,r_1$; $r_3 = \sqrt{3}\,r_1$; $r_4 = 2r_1$; $r_5 = \sqrt{5}\,r_1$. Mit dem gegebenen Wert von $r_5 = 25\,cm$ folgt: $r_1 \approx 11{,}2\,cm$; $r_2 \approx 15{,}8\,cm$; $r_3 \approx 19{,}4\,cm$; $r_4 \approx 22{,}4\,cm$

Randspalte
$A_{blau} = A_{Halbkreis} + A_{Dreieck} \approx 2{,}6\,cm^2$
$A_{blau} = A_{großer\ Kreis} - 2A_{kleiner\ Kreis} \approx 1{,}6\,cm^2$
$A_{blau} = A_{großer\ Kreis} - A_{kleiner\ Kreis} - A_{Dreieck} \approx 1{,}9\,cm^2$
$A_{blau} = 2(A_{Viertelkreis} - A_{Halbkreis}) + 2A_{Halbkreis} \approx 1{,}6\,cm^2$

Kreisabschnitt ?!

- a) $A \approx 5{,}0\,cm^2$
b) $A \approx 3{,}3\,cm^2$
c) $A \approx 9{,}3\,cm^2$ (hier muss der Satz verwendet werden, dass sich die Seitenhalbierenden (hier Höhen) im Verhältnis 2:1 schneiden)
- Näherungsformel:
a) $A \approx 4{,}8\,cm^2$
b) $A \approx 3{,}2\,cm^2$
c) $A \approx 8{,}8\,cm^2$

Seite 158

20 a) $u = 2\pi a$; $u \approx 18{,}8\,\text{cm}$
$A = (\pi - 2)a^2$; $A \approx 10{,}3\,\text{cm}^2$
b) $u = \left(1{,}5\pi + 1 + \sqrt{2}\right)a$; $u \approx 21{,}4\,\text{cm}$
$A = (0{,}375\pi + 0{,}5)a^2$; $A \approx 15{,}1\,\text{cm}^2$
c) $u = 4\pi a$; $u \approx 37{,}7\,\text{cm}$
$A = (2\pi - 4)a^2$; $A \approx 20{,}5\,\text{cm}^2$
d) $u = (2\pi + 1)a$; $u \approx 21{,}8\,\text{cm}$
$A = (0{,}375\pi + 1)a^2$; $A \approx 19{,}6\,\text{cm}^2$

21 Man verbindet die vier Mittelpunkte der Kreise zu einem Quadrat mit Seitenlänge 6 cm. Es werden vier Viertelkreise abgeteilt. Für die gesuchte Fläche gilt: $A = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreis}} \approx 7{,}7\,\text{cm}^2$

22 $A_{\text{Dreieck}} = \frac{ab}{2}$
$A_{\text{Möndchen}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 - \frac{ab}{2}\right)$
$= \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot (a^2 + b^2 - c^2) + \frac{ab}{2}$
Die erste runde Klammer ist gleich null (Satz des Pythagoras), somit ist $A_{\text{Möndchen}} = A_{\text{Dreieck}}$.

23 a) $A_{\text{gelb}} = a^2$
$A_{\text{orange}} = 4 \cdot A_{\text{Halbkreis}} - A_{\text{Kreis}} + A_{\text{Quadrat}}$
$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 + a^2 = a^2$
b) $A_{\text{gelb}} = a^2$
$A_{\text{orange}} = A_{\text{großer Viertelkreis}} - 2 \cdot (A_{\text{kleiner Viertelkreis}}$
$- A_{\text{Dreieck}}) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (\sqrt{2}\,a)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot a^2 - \frac{1}{2} \cdot a^2\right)$
$= a^2$

24 a) $A = \frac{1}{2} \cdot e^2$; $u = \pi e$
b) $A = 2 \cdot A_{\text{Viertelkreis}} - A_{\text{Quadrat}} = \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - 1\right) \cdot e^2$; $u = \pi e$
c) $A = A_{\text{Kreis}} + A_{\text{Viertelkreis}} - A_{\text{Dreieck}} = \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \frac{1}{2}\right) \cdot e^2$;
$u = \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot e$
d) $A = A_{\text{Halbkreis}} - (A_{\text{Viertelkreis}} - A_{\text{Dreieck}}) = e^2$;
$u = \left(\pi + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi\right) \cdot e$
e) $A = A_{\text{großer Viertelkreis}} - 3 \cdot A_{\text{kleiner Viertelkreis}}$
$= \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot e^2$; $u = \left(\frac{5}{4} \cdot \pi + 1\right) \cdot e$
f) $A = A_{\text{großer Kreisausschnitt}} - A_{\text{kleiner Kreisausschnitt}}$
$= \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot e^2$; $u = \left(\frac{1}{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \pi + \frac{1}{6} \cdot \pi + \sqrt{3} - 1\right) \cdot e$
(Höhe im gleichseitigen Dreieck: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} e$)

$V_{insgesamt} \approx 4{,}464 + 1{,}36 = 5{,}82\,m^3$

(2) Man berechnet zunächst das Volumen des Quaders und addiert dann zweimal das Volumen des halben Zylinders, also insgesamt einmal das Volumen des Zylinders.

$V_Q = 1{,}55 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}25 = 3{,}4875\,m^3$

$V_Z = 0{,}775^2 \cdot \pi \cdot 1{,}25 \approx 2{,}36\,m^3$

$V_{insgesamt} \approx 3{,}875 + 2{,}36 = 5{,}85\,m^3$

b) Um das Innenvolumen zu erhalten, zieht man die $2 \cdot 5\,mm = 1\,cm$ von den Außenmaßen ab und erhält

$V_Q = 1{,}19 \cdot 2{,}39 \cdot 1{,}54 = 4{,}38\,m^3$

$V_{\frac{Z}{2}} = \frac{1}{2} \cdot (0{,}595^2 \cdot \pi \cdot 2{,}39) \approx 1{,}33\,m^3$

$V_{insgesamt} \approx 4{,}38 + 1{,}33 = 5{,}71\,m^3$

Das Volumen der Wände ist dann

$5{,}82 - 5{,}71 = 0{,}11\,m^3$.

(2) $V_Q = 1{,}54 \cdot 1{,}79 \cdot 1{,}24 = 3{,}42\,m^3$

$V_Z = 0{,}77^2 \cdot \pi \cdot 1{,}24 \approx 2{,}31\,m^3$

$V_{insgesamt} \approx 3{,}42 + 2{,}31 = 5{,}73\,m^3$

Das Volumen der Wände ist dann

$5{,}85 - 5{,}73 = 0{,}12\,m^3$

13 Die Berechnungen sind ungenau, da die beiden Rohre aneinanderstoßen

$O_R = 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 50 : 2 + \pi \cdot 6{,}5^2 - \pi \cdot 6{,}5^2 \approx 1021{,}0\,cm^2$

$O_F = 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 30 - \pi \cdot 6{,}5^2 \approx 1225{,}2\,cm^2 - 132{,}7\,cm^2 = 1092{,}5\,cm^2$

$O_{gesamt} \approx 2113{,}5\,cm^2 = 21{,}135\,dm^2$

Üben • Anwenden • Nachdenken

Seite 174

1 a) individuelle Lösungen. Das Volumen berechnet man mit der Formel $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$.

b) individuelle Lösungen. Die Oberfläche berechnet man mit der Formel $O = 2\pi \cdot r \cdot h + 2r^2 \cdot \pi$.

2 a) $V \approx 10\,353{,}12\,cm^3$; $O \approx 3451{,}04\,cm^2$.

b) $V \approx 95{,}91\,dm^3$; $O \approx 116{,}11\,dm^2$.

c) $V \approx 3\,623\,638{,}63\,cm^3 \approx 3{,}624\,m^3$;

$O \approx 209\,456{,}27\,cm^2 \approx 20{,}95\,m^2$

3 a) Man berechnet $r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$ und setzt h und r in $O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$ ein.

$r \approx 5\,cm$; $O \approx 628{,}32\,cm^2$; $r \approx 22\,mm$; $O \approx 3317{,}52\,mm^2$

b) Man berechnet $G = \pi \cdot r^2$. Man bestimmt $h = \frac{O - 2 \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot r}$ und setzt r und h in $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ ein.

$G \approx 12{,}57\,dm^2$; $h \approx 3{,}00\,dm$; $V \approx 37{,}7\,dm^3$

$G \approx 0{,}79\,m^2$; $h \approx 12{,}5\,m$; $V \approx 9{,}82\,m^3$

4

	a)	b)	c)	d)
r	0,6 dm	4,5 cm	0,77 m	5,5 cm
h	1,2 dm	7,6 cm	41,0 cm	4,05 cm
M	4,5 dm^2	214,2 cm^2	1,99 m^2	140 cm^2
O	6,76 dm^2	341,46 cm^2	5,75 m^2	330 cm^2
V	1,35 dm^3	482,0 cm^3	77 m^3	385,0 cm^3

5 a) Volumen des Würfels:

$V = a^3 = 25^3 = 15\,625\,cm^3$

mögliche Lösung:

Man wählt den Radius (oder die Höhe) und berechnet h mit $h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$.

Wähle $r = 10\,cm$; $h \approx 49{,}74\,cm$.

b) Man berechnet die Höhe des Dreiecks mit dem Satz des Pythagoras:

$h^2 + 7{,}5^2 = 15^2$; $h \approx 13\,cm$

Die Fläche des Dreiecks ist

$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{15 \cdot 13}{2} = 97{,}5\,cm^2$

Die Mantelfläche des Prismas ist

$M = 3 \cdot 15 \cdot 15 = 675\,cm^2$

Die Oberfläche des Prismas ist:

$O \approx 675 + 2 \cdot 97{,}5 = 870\,cm^2$

Eine mögliche Lösung für einen Zylinder mit gleicher Oberfläche erhält man, wenn man den Radius oder die Höhe wählt.

Wähle $r = 10\,cm$; $h = \frac{870 - 2 \cdot 10^2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot 10} \approx 3{,}85\,cm$.

Optimale Dosen

- Wenn man mit einem Tabellenkalkulationsprogramm die im Buch begonnene Tabelle bis zu einer Höhe von z. B. 13 cm weiterführt, erkennt man, dass bei einer Höhe von 10 cm und einem Radius von 5,2 cm eine minimale Oberfläche vorliegt.

Volumen	Höhe	Radius	Oberfläche
850	1	16,45	1803,35
850	2	11,63	996,16
850	3	9,50	745,68
850	4	8,22	631,70
850	5	7,36	571,10
850	6	6,72	536,49
850	7	6,22	516,30
850	8	5,82	504,82
850	9	5,48	498,94
850	10	5,20	496,82
850	11	4,96	497,32
850	12	4,75	499,68
850	13	4,56	503,41

Verfeinert man die Suche auf eine Dezimalstelle nach dem Komma, so ergibt sich die minimale Oberfläche bei einer Höhe von 10,2 cm und einem Radius von 5,15 cm.

Volumen	Höhe	Radius	Oberfläche
850	9,8	5,254 380 13	497,008 979
850	9,9	5,227 775 5	496,903 286
850	10	5,201 570 95	496,824 342
850	10,1	5,175 756 54	496,771 23
850	10,2	5,150 322 69	496,743 072
850	10,3	5,125 260 15	496,739 024

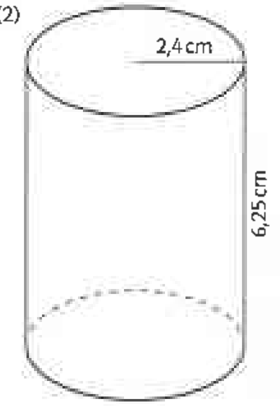
Seite 175

6 Der rote Streifen verläuft spiralförmig über den entstehenden Zylindermantel.

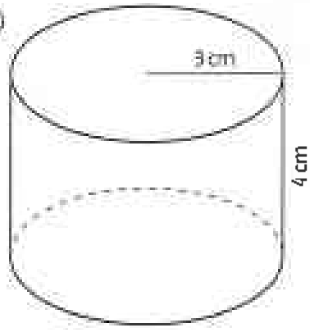
7 a)

(1)

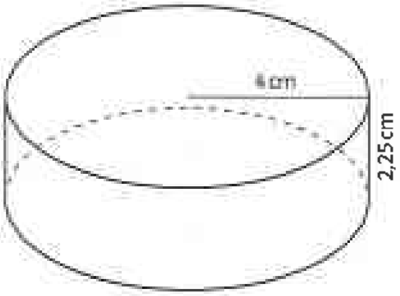
(2)



(3)

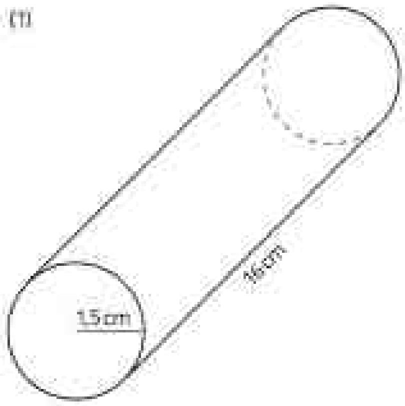


(4)

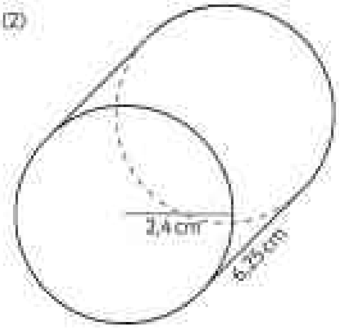


(1) $V \approx 113{,}1\,cm^3$ (2) $V \approx 113{,}1\,cm^3$
(3) $V \approx 113{,}1\,cm^3$ (4) $V \approx 113{,}1\,cm^3$

b) (1)



(2)



8 Zylinder hinten: $V \approx 2356{,}19\,cm^3$; $O \approx 1099{,}56\,cm^2$
Keksdose vorne: $V \approx 2356{,}19\,cm^3$; $O \approx 1099{,}56\,cm^2$
Die Volumina und die Oberflächen haben die gleiche Größe.

9 a) Rechteck mit kurzer Seite als Höhe:
$h = 14\,cm$; $r = \frac{21}{2 \cdot \pi} \approx 3{,}34\,cm$
$V \approx 490{,}65\,cm^3$
Parallelogramm mit kurzer Höhe: Man bestimmt die Höhe h näherungsweise durch eine Zeichnung.
$h \approx 12{,}1\,cm$; $r = \frac{21}{2\pi} \approx 3{,}34\,cm$
$V \approx 424{,}76\,cm^3$
Rechteck mit langer Seite als Höhe:
$h = 21\,cm$; $r = \frac{14}{2\pi} \approx 2{,}23\,cm$
$V \approx 328{,}08\,cm^3$
Parallelogramm mit langer Höhe:
$h = 18{,}2\,cm$; $r = \frac{14}{2\pi} \approx 2{,}23\,cm$
$V \approx 284{,}18\,cm^3$

Drehkörper ?!

- $M_o = 2\pi \cdot x \cdot y$; $M_u = 2\pi \cdot y \cdot x$
Für die Mantelfläche erhält man den gleichen Wert.
$O_o = 2\pi x \cdot (x + y)$; $O_u = 2\pi y \cdot (y + x)$
Es gilt: $\frac{O_o}{O_u} = \frac{x}{y}$
- Dieses Verhältnis gilt auch für Volumina. Setzt man in $\frac{V_o}{V_u}$ entsprechende Variablen ein, so erhält man das gleiche Verhältnis $\frac{x}{y}$.
- V_2 ist viermal so groß wie V_1, da der Radius doppelt so groß ist und er in der Gleichung quadriert wird. Das Gleiche gilt für V_3 und V_4.

Für das Verhältnis von V_2 zu V_4 hilft folgende Betrachtung:
$V_1 = \pi \cdot (2x)^2 \cdot 2x = \pi \cdot 8x^3$
$V_2 = \pi \cdot (4x)^2 \cdot 2x = \pi \cdot 32x^3$
$V_3 = \pi \cdot x^2 \cdot 4x = \pi \cdot 4x^3$
$V_4 = \pi \cdot (2x)^2 \cdot 4x = \pi \cdot 16x^3$
V_2 ist doppelt so groß wie V_4 und somit am größten.

- $V_3 \underset{\cdot 2}{<} V_1 \underset{\cdot 2}{<} V_4 \underset{\cdot 2}{<} V_2$

- Die nächstgrößeren Volumina sind jeweils doppelt so groß. V_3 passt demnach zweimal in V_1 und V_4 zweimal in V_2.

- $M_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2x \cdot 2x = \pi \cdot 8x^2$
$M_2 = 2 \cdot \pi \cdot 4x \cdot 2x = \pi \cdot 16x^2$
$M_3 = 2 \cdot \pi \cdot x \cdot 4x = \pi \cdot 8x^2$
$M_4 = 2 \cdot \pi \cdot 2x \cdot 4x = \pi \cdot 16x^2$
$M_1 = M_3;\ M_2 = M_4;\ 2 \cdot M_1 = M_2;\ 2 \cdot M_3 = M_4$

$O_1 = \pi \cdot 8x^2 + 2 \cdot \pi \cdot (2x)^2 = \pi \cdot 16x^2$
$O_2 = \pi \cdot 16x^2 + 2 \cdot \pi \cdot (4x)^2 = \pi \cdot 48x^2$
$O_3 = \pi \cdot 8x^2 + 2 \cdot \pi \cdot x^2 = \pi \cdot 10x^2$
$O_4 = \pi \cdot 16x^2 + 2 \cdot \pi \cdot (2x)^2 = \pi \cdot 32x^2$
$O_3 < O_1 < O_4 < O_2$

- $V_1 = \pi \cdot 10^2 \cdot x$
$V_2 = \pi \cdot x^2 \cdot 20$
Man setzt die beiden Gleichungen gleich und berechnet x.
$\pi \cdot 10^2 \cdot x = \pi \cdot x^2 \cdot 20$
$20x^2 - 100x = 0;\ x = 5\,\text{cm}$ oder $x = 0\,\text{cm}$ (nicht möglich).
Man muss also $x = 5\,\text{cm}$ wählen.

- $O_1 = 2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot x$
$O_2 = 2 \cdot \pi \cdot x^2 + 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot x$
Man setzt die beiden Gleichungen gleich und berechnet x.
$2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot x = 2 \cdot \pi \cdot x^2 + 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot x$
$100 + 10x = x^2 + 20x$
$x^2 + 10x - 100 = 0$
Mit der p-q-Formel erhält man
$x \approx 6{,}18\,\text{cm}$ oder $x \approx -16{,}18\,\text{cm}$ (nicht möglich)
Man muss also $x = 6{,}18\,\text{cm}$ wählen.

Seite 176

10 a) Die Oberfläche des ganzen Zylinders ist $O \approx 351{,}86\,\text{cm}^2$.

Die Oberfläche des halben Zylinders ist
$O_{\frac{Z}{2}} \approx \frac{351{,}86}{2} + 8 \cdot 10 = 255{,}93\,\text{cm}^2$
Die Oberfläche des Zylinderviertels ist
$O_{\frac{Z}{4}} \approx \frac{351{,}86}{4} + 2 \cdot 4 \cdot 10 = 167{,}97\,\text{cm}^2$.

b) $2 \cdot O_{\frac{Z}{2}} = 511{,}86\,\text{cm}^2$
$\frac{2 \cdot O_{\frac{Z}{2}}}{O} \approx 1{,}45;$ die Oberfläche ist um ca. 45 % größer.
$4 \cdot O_{\frac{Z}{4}} = 671{,}88\,\text{cm}^2$
$\frac{4 \cdot O_{\frac{Z}{4}}}{O} \approx 1{,}91;$ die Oberfläche ist um ca. 91 % größer.

11 a) $V = r^2 \cdot \pi \cdot h = (4e)^2 \cdot \pi \cdot 6e = 96\pi e^3$
$O = 2\pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi \cdot 4e \cdot 6e + 2 \cdot \pi(4e)^2$
$= 80\pi \cdot e^2$
b) $V = r^2 \cdot \pi \cdot h = (5{,}5e)^2 \cdot \pi \cdot 3e = 90{,}75\pi e^3$
$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$
$= 2\pi \cdot 5{,}5e \cdot 3e + 2 \cdot \pi(5{,}5e)^2 = 93{,}5\pi \cdot e^2$

12 $V = \pi \cdot (1{,}5\,\text{cm})^2 \cdot 4\,\text{cm} = 28{,}3\,\text{cm}^3$
Bei 122 Stück entspricht dies:
$V_{122} = 3452{,}6\,\text{cm}^3 = 3{,}45\,l$
Tim kann nur 3,5 Flaschen zu je 1 l füllen. Er hat nicht Recht.

13 $V = \pi \cdot (12{,}5\,\text{mm})^2 \cdot 5\,\text{mm} = 2{,}45\,\text{cm}^3$
Pro Sekunde lösen sich ca. $27\,\text{mm}^3$ Brausepulver auf.

14 a) $V = V_{\text{außen}} - V_{\text{innen}} = 904{,}8\,\text{cm}^3 - 77\,\text{cm}^2$
$V = 827{,}8\,\text{cm}^3$
Damit hat der Ring einer CD ein Volumen von ca. $16{,}5\,\text{cm}^3$.

15 a) Die Oberfläche erhält man, indem man von der Oberfläche des Quaders die Deckfläche subtrahiert und dazu die halbe Oberfläche des Zylinders addiert.
$O = O_Q - O_D + \frac{1}{2} \cdot O_Z$
$O = 4400\,\text{cm}^2 - 900\,\text{cm}^2 + 1727{,}9\,\text{cm}^2 = 5227{,}9\,\text{cm}^2$
Es muss eine Fläche von etwa $52{,}3\,\text{dm}^2$ gestrichen werden.
b) $V = V_Q + \frac{1}{2} \cdot V_Z = 18\,000\,\text{cm}^3 + 7069\,\text{cm}^3$
$= 25\,069\,\text{cm}^3$
$V = 25{,}069\,\text{dm}^3$
Das Päckchen könnte vom Volumen her reinpassen. Wenn es allerdings Maße von z. B. 50 cm × 20 cm × 10 cm hat, passt es aufgrund der Größe nicht in den Postkasten.

16 $V_Z = \pi \cdot h \cdot (r_a^2 - r_i^2)$
Der Innenradius ist $r_i = \frac{d}{2} - w$. Man berechnet zunächst das Volumen eines Rohres der Länge 1 m = 10 dm.
A $r_i = 11{,}5\,\text{mm} = 0{,}115\,\text{dm}$
$V_Z = \pi \cdot 10 \cdot (0{,}125^2 - 0{,}115^2) \approx 0{,}0754\,\text{dm}^3$
Ein Meter des Rohrs wiegt $0{,}0754 \cdot 7{,}85 \approx 0{,}59\,\text{kg}$
B $r_i = 136{,}5\,\text{mm} = 1{,}365\,\text{dm}$
$V_Z = \pi \cdot 10 \cdot (1{,}619^2 - 1{,}365^2) \approx 23{,}81\,\text{dm}^3$
Ein Meter des Rohrs wiegt $23{,}81 \cdot 7{,}85 \approx 186{,}91\,\text{kg}$.
C $r_i = 342{,}8\,\text{mm} = 3{,}428\,\text{dm}$
$V_Z = \pi \cdot 10 \cdot (3{,}555^2 - 3{,}428^2) \approx 27{,}86\,\text{dm}^3$

Ein Meter des Rohrs wiegt $27{,}86 \cdot 7{,}85 \approx 218{,}70\,\text{kg}$.
Rohrtyp A hat einen Außendurchmesser von etwa einem Inch, bei Rohrtyp B beträgt die Wanddicke einen Inch und bei Rohrtyp C beträgt die Wanddicke einen halben Inch.

17 Man berechnet die Höhe des Dreiecks mit dem Satz des Pythagoras:
$h^2 + 7{,}5^2 = 15^2$; $h \approx 12{,}99\,\text{cm}$
Die Fläche des Dreiecks ist
$A = \frac{g \cdot h}{2} \approx \frac{15 \cdot 12{,}99}{2} \approx 97{,}43\,\text{cm}^2$
Die drei Kreisausschnitte haben jeweils einen Winkel von 60°. Gemeinsam haben sie die Fläche eines Halbkreises.
$A = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi = \frac{1}{2} \cdot 5^2 \cdot \pi \approx 39{,}27\,\text{cm}^2$
Die Kreisausschnitte nehmen einen Anteil von
$\frac{39{,}27}{97{,}43} \approx 0{,}4031$, also etwa 40,3 % ein.
Das ungelochte Blech hat ein Volumen von
$V = 20 \cdot 10 \cdot 0{,}1 = 20\,\text{dm}^3$.
Das gelochte Blech hat etwa 59,7 % dieses Volumens, also $11{,}94\,\text{dm}^3$.
Ein Kubikdezimeter des Blechs wiegt
$48 : 11{,}94 \approx 4{,}02\,\text{kg}$. Dies ist durchaus möglich.
Die Angaben stimmen also.